

# Un Modello dell'Emergenza ed Uso del Ragionamento Analogico nell'Apprendimento di Categorie

Cesare Bianchi, Fintan Costello

School of Computer Science and Informatics, University College Dublin

cesare.bianchi@ucd.ie, fintan.costello@ucd.ie

## Abstract

Basandosi sui risultati di un esperimento precedente, è stato progettato e realizzato un modello in grado di esibire e spiegare l'emergenza del ragionamento analogico a partire da processi bottom-up. Il modello in questione è parametrizzabile per rendere conto di diverse strategie e stili di ragionamento: scientificità, capacità di memoria, inerenza alla realtà, ragionamento analogico, uso di mezzi di annotazione. I risultati delle simulazioni riproducono attendibilmente i risultati dei partecipanti, confermando la correttezza della nostra teoria.

## 1. Introduzione

Tanto il Ragionamento Analogico quanto l'Apprendimento di Categorie sono campi ampiamente studiati delle Scienze Cognitive, ed entrambi di fondamentale importanza nella cognizione umana.

Il Ragionamento Analogico è il processo che ci permette di identificare strutture relazionali simili in contesti differenti e di trasferire informazione da un contesto all'altro. Questo processo pervade le nostre vite, e benché gli esempi più eclatanti vengano da famose scoperte scientifiche, è un'abilità che utilizziamo ogni giorno (Gentner e Holyoak, 1997; Holyoak e Thagard, 1995), ed è presente anche nei bambini molto piccoli (Goswami, 2001). La linea teorica più seguita nei modelli di ragionamento analogico è basata sulla comparazione tra un dominio di conoscenza la cui struttura relazionale è ben conosciuta (l'Origine) con un dominio meno conosciuto (la Destinazione). Sulla base di questa comparazione, la struttura relazionale viene trasferita dall'Origine alla Destinazione, aiutando così l'apprendimento e la soluzione di problemi (Markman e Gentner, 1993; Falkenhainer et al., 1989). Un esempio tipico di trasferimento analogico è la comparazione tra l'atomo ed il sistema solare, o tra una cellula ed una fabbrica.

La maggior parte delle teorie del ragionamento analogico, poiché prevedono questo sbilanciamento tra concetti ben conosciuti e meno conosciuti, e necessitano perciò di concetti Origine ben conosciuti (come ad esempio nello "Structure Mapping Engine" di Gentner - 1988, 1983), non possono spiegare il ragionamento analogico che avviene invece tra concetti parzialmente acquisiti, e che è stato evidenziato nel nostro precedente esperimento (Bianchi e Costello, 2008).

Limitazioni simili abbiamo trovato nell'altro campo che ispira la nostra ricerca, ovvero l'Apprendimento di Categorie. I tanti modelli oggi esistenti dell'Apprendimento di Categorie spaziano tra quelli che prevedono la generalizzazione tramite l'identificazione delle caratteristiche salienti, come ad esempio il "Generalized Context Model" di Nosofsky (1986, 1991); la creazione di prototipi (Smith e Minda, 2002); la creazione di confini nello spazio rappresentazionale, identificando zone che corrispondono a diversi concetti (Ashby e Gott, 1988; Ashby et al., 1998); la creazione di regole astratte per l'attribuzione delle varie categorie (Ashby, Ell e Waldron, 2003); e varie altre teorie che accolgono in diversa misura questi approcci.

Il comun denominatore di queste teorie è che necessitano di una ampia separabilità dei concetti, e difficilmente possono spiegare la facilitazione data, nell'apprendimento di un concetto,

dalla conoscenza (o addirittura dall'apprendimento contestuale) di un altro concetto molto simile, come dimostrato nel nostro precedente esperimento.

Nondimeno è stato proposto che il Ragionamento Analogico abbia un ruolo nell'Apprendimento di Categorie (Kuehne e al., 2000; Gentner e Medina, 1998; Gentner e Namy, 1999; Sloutsky e Fisher, 2004), ma solo nella misura in cui le similitudini tra esemplari della stessa categoria vengono identificate ed usate per creare una rappresentazione astratta di tale categoria.

I nostri studi investigano invece il caso in cui vengono apprese contemporaneamente due (o più) categorie con strutture simili, ed evidenziano come il ragionamento analogico possa avere luogo anche tra concetti solo parzialmente compresi, facilitando perciò l'apprendimento di entrambe le categorie. Poiché le teorie correnti del Ragionamento Analogico e dell'Apprendimento di Categorie non possono spiegare esaurientemente tale fenomeno, abbiamo ipotizzato l'esistenza di un semplice processo bottom-up da cui può emergere il Ragionamento Analogico, tanto in questo caso specifico quanto anche in tutti gli altri casi già studiati, ed abbiamo proceduto a testare la nostra ipotesi tramite un modello computazionale, descritto in questo articolo.

## **2. Esperimento precedente**

In un lavoro precedente (Bianchi e Costello, 2008) si è investigato in che modo il Ragionamento Analogico potesse facilitare l'apprendimento di categorie simili tra loro. L'esperimento consisteva in un test in cui i volontari dovevano apprendere a classificare correttamente esemplari presi da quattro diverse categorie. Gli esemplari, composti da varie figure geometriche colorate, venivano generati di volta in volta dal computer in base a quattro diverse regole, simili a due a due. Due regole avevano struttura più complessa, basata sul numero di elementi (ad es. stesso numero di cerchi rossi e cerchi gialli nella categoria A, diverso numero nella categoria B), le altre due regole avevano struttura più semplice (presenza di un elemento distintivo - ad es. un triangolo blu nella categoria C, un triangolo verde in D).

L'analisi dei tempi di apprendimento delle diverse categorie ha mostrato che l'apprendimento di una categoria è seguito velocemente dall'apprendimento della categoria simile, ma è indipendente dall'apprendimento delle altre due. Inoltre l'analisi delle tipologie di errore ha evidenziato che anche prima dell'apprendimento definitivo di qualsiasi categoria, è molto più frequente sbagliare pur rimanendo nella macrocategoria corretta (ad es. rispondere A invece di B, C invece di D) che sbagliare completamente categoria (ad es. A invece di C). Questi due fatti mostrano che il Ragionamento Analogico è utilizzato non solo per trasferire conoscenza da un concetto già acquisito ad un altro, ma anche durante l'apprendimento di concetti del tutto nuovi, tramite il completamento reciproco di concetti parzialmente compresi, che si intuiscono avere strutture simili.

Quest'ultima scoperta ci ha portati a teorizzare l'esistenza di tali concetti parziali, e ad estendere le teorie del Ragionamento Analogico per includere processi bottom-up che spieghino la formazione di concetti analoghi pur in assenza di un concetto Origine (ben conosciuto) da cui trasferire conoscenza ad un concetto Destinazione (meno conosciuto) come teorizzato da Gentner (1988, 1983). Postulando, infatti, l'esistenza di un processo di perfezionamento e modifica di concetti parziali, è possibile spiegare l'emergenza del ragionamento analogico senza la necessità di un trasferimento esplicito di conoscenza. I concetti parziali verrebbero infatti modificati in diversi modi fino a giungere a più concetti definitivi, che derivando da un'idea originale comune avrebbero così strutture simili.

Poiché all'interno dell'esperimento era disponibile un blocco note per prendere appunti, il cui contenuto veniva registrato ad ogni passaggio, è stato possibile studiare più in dettaglio il tipo di ragionamento utilizzato dai partecipanti, ai quali veniva inoltre esplicitamente richiesto, in un debriefing alla fine del test, di spiegare la tecnica usata per risolvere il problema. In questo modo

è stato possibile scoprire che i partecipanti formulavano esplicitamente ipotesi sulle regole di appartenenza alle varie categorie, e che tali ipotesi venivano poi testate ed eventualmente scartate, in base ad un tipico schema di ragionamento scientifico.

### **3. Il Modello**

#### **3.1. Vincoli di Progettazione**

Nel progettare il nostro nuovo modello, abbiamo tenuto in considerazione i vari vincoli sorti dalle scoperte del precedente esperimento: la possibilità di modificare delle ipotesi già esistenti, così da poter esibire un ragionamento analogico emergente da un processo bottom-up; la creazione di categorie definite da regole di appartenenza; la regolabilità e parametrizzazione dello stile di ragionamento (più o meno scientifico, più o meno analogico, usando più o meno risorse di memoria, facendo maggiore o minore affidamento sul blocco note, etc.); infine la possibilità di avere ipotesi parziali, applicabili a più di una categoria.

#### **3.2. Implementazione**

##### **3.2.1. Struttura**

Da tutti questi vincoli è sorto il modello attuale, composto da una memoria con un numero massimo di slot, che contengono le varie ipotesi delle regole definienti le diverse categorie, e da una memoria, anch'essa limitata, per le ipotesi scartate. Le varie regole, che possono essere definitive o parziali (cioè applicabili a più di una categoria), possono essere create in quattro modi differenti e possono essere definite da quattro tipologie di predicati differenti.

Le modalità di creazione rispecchiano i vari tipi di ragionamento che i partecipanti avevano a disposizione: creazione prendendo spunto dagli esemplari mostrati, creazione inventando casualmente una regola, creazione modificando una regola già presente in memoria, ed infine creazione intersecando due regole già esistenti. La frequenza d'uso di ogni modalità può essere regolata da quattro parametri (Tabella 1), così da esibire un comportamento più o meno ancorato alla realtà esperita, nonché più o meno analogico.

I quattro tipi di predicati utilizzati sono invece relativi allo specifico test, giacché, in task differenti, tipologie diverse di categorie richiederebbero predicati differenti. Nel presente task ad esempio non erano previste relazioni causali, e le relazioni spaziali tra gli oggetti, data la disposizione palesemente casuale, venivano immediatamente scartate (fatto riferito da tutti i partecipanti). I predicati utilizzabili variano dall'asserzione della presenza o assenza di una certa tipologia di oggetti (ad es. tre cerchi rossi; due triangoli di un qualsiasi colore; etc.), alla quantificazione (molti, pochi, solo uno), alla somiglianza o dissomiglianza tra diversi gruppi di elementi (ad es. due cerchi e tre quadrati dello stesso colore; croci rosse e stelle rosse in numero differente; etc.), fino all'unione di altri due predicati.

##### **3.2.2. Funzionamento**

Il modello può sia risolvere nuove sessioni di test, sia riprodurre le sessioni registrate dall'esperimento precedente, misurando la concordanza con le risposte date dai partecipanti. È stato inoltre implementato un algoritmo genetico per una ricerca veloce all'interno dello spazio dei parametri, al fine di trovare, per ogni partecipante, la combinazione di parametri che meglio riproduce le sue prestazioni, descrivendone lo stile di ragionamento. Allo stesso modo è possibile cercare la soluzione che più velocemente risolve il test (studiando quali parametri sono più importanti per le prestazioni), quella che maggiormente usa il ragionamento analogico, etc.

Il funzionamento di ogni sessione riproduce quello del test reale: ogni passaggio è composto da due fasi, la prima in cui viene *mostrato* un esemplare e richiesto di classificarlo, la seconda in cui viene dato un feedback con la risposta corretta, da cui apprendere.

La fase di risposta è la più semplice: dalla memoria vengono selezionate tutte le regole che si applicano all'esempio corrente (poiché, nelle prime fasi, ci possono essere più ipotesi per ogni categoria) e tra quelle selezionate ne viene scelta una a caso. Poiché le regole, soprattutto nelle prime fasi, possono essere anche parziali, cioè essere applicabili a più di una categoria, in tale caso la risposta fornita è una delle categorie attive per quella regola.

La fase di apprendimento si compone di più passaggi, a partire dalla registrazione della correttezza o meno delle regole presenti in memoria rispetto all'esempio corrente, passando per la creazione di nuove regole usando i quattro diversi metodi, per il controllo dell'esistenza di regole definitive, giungendo infine al rifiuto delle regole sbagliate o inutili, e alla eliminazione, in entrambe le memorie, delle regole in eccesso. La memoria per le regole rifiutate ospita le ipotesi che dopo essere state generate si rivelano errate, così da evitare che vengano generate di nuovo. In un blocco note vengono inoltre conservati alcuni degli esemplari, che vengono anch'essi utilizzati per testare le regole generate.

Come per l'esperimento originale, il test si conclude quando il modello dà l'80% di risposte corrette in ogni categoria.

**Tabella 1.** Schema dei parametri.

| <b>Dimensioni memoria</b>           |  |
|-------------------------------------|--|
| <i>Nome Parametro</i>               | <i>Spiegazione</i>   |
| PosMemSlots                         | La misura massima della memoria per le regole ipotizzate   |
| NegMemSlots                         | La misura massima della memoria per le regole scartate   |
| NotepadUseProb                      | La probabilità di usare il blocco note per gli esemplari mostrati precedentemente                          |
| <b>Ragionamento scientifico</b>     |  |
| DefinitiveRuleLimit                 | Il limite di permanenza in memoria di una ipotesi prima che venga considerata definitiva                   |
| RecordCorrectProb                   | La probabilità di registrare la correttezza delle regole ipotizzate a fronte del nuovo esemplare mostrato  |
| DefinitiveRuleRemoveProb            | La probabilità di rimuovere le regole che pur essendo rimaste in memoria a lungo risultano ancora parziali |
| <b>Modalità di creazione regole</b> |  |
| MaxCreateFromExample                | Il numero di tentativi di usare la creazione di nuove regole basandosi sull'esemplare mostrato             |
| MaxCreateRandom                     | Il numero di tentativi di usare la creazione casuale di nuove regole                                       |
| MaxCreateModifying                  | Il numero di tentativi di usare la creazione di nuove regole modificando regole già esistenti              |
| MaxCreateUnifying                   | Il numero di tentativi di usare la creazione di nuove regole unificando regole già esistenti               |

### **3.3. Risultati**

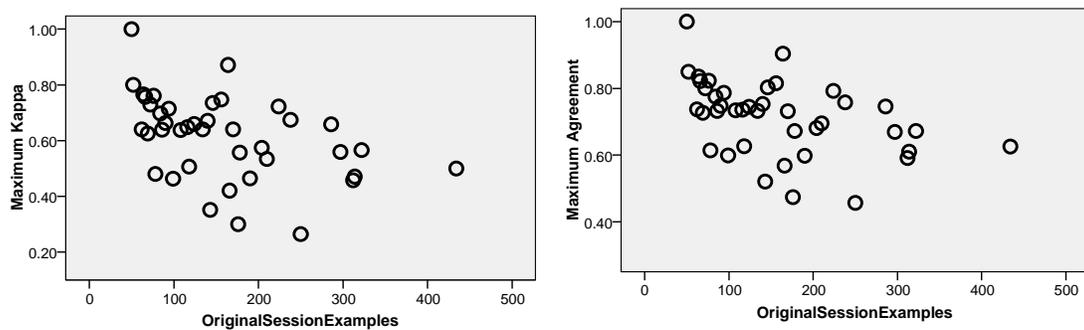
Per ognuno dei partecipanti al primo esperimento è stato utilizzato un algoritmo genetico per trovare la combinazione di parametri che riproducesse il più fedelmente possibile la sequenza di risposte e la facilità di soluzione (identificata con il numero di esemplari che sono necessari per risolvere il test). Al modello sono stati *mostrati* gli stessi esemplari (nello stesso ordine) mostrati originariamente al partecipante, e calcolato il coefficiente Kappa di Cohen (1960) come misura dell'accordo tra le risposte. Dalla lista di risposte venivano escluse il primo 25% (date probabilmente in maniera del tutto casuale) e le ultime 30 (poiché sicuramente corrette): in questo modo si può avere una stima realistica delle risposte date durante il processo di apprendimento, ed è possibile verificare che l'apprendimento del modello segua la stessa progressione dell'apprendimento del partecipante.

La fitness (F) del modello veniva poi calcolata sottraendo dal coefficiente Kappa il discostamento, in percentuale, del numero di esemplari necessari per risolvere il test al modello (M) ed al partecipante (P), così da restringere lo spazio di ricerca alle soluzioni che rispecchiano la stessa facilità di apprendimento:

$$F = Kappa - \left(1 - \frac{M}{P}\right)^2 \quad (1)$$

### 3.3.1. Rispondenza del Modello

Tanto i valori di Kappa raggiunti che le proporzioni complessive di accordo (cioè il numero di risposte concordi diviso il numero di risposte complessive) sono significativamente maggiori del livello casuale, per tutti i partecipanti al primo esperimento, indicando perciò che il modello è in grado di riprodurre fedelmente il comportamento dei partecipanti umani (Figura 1).



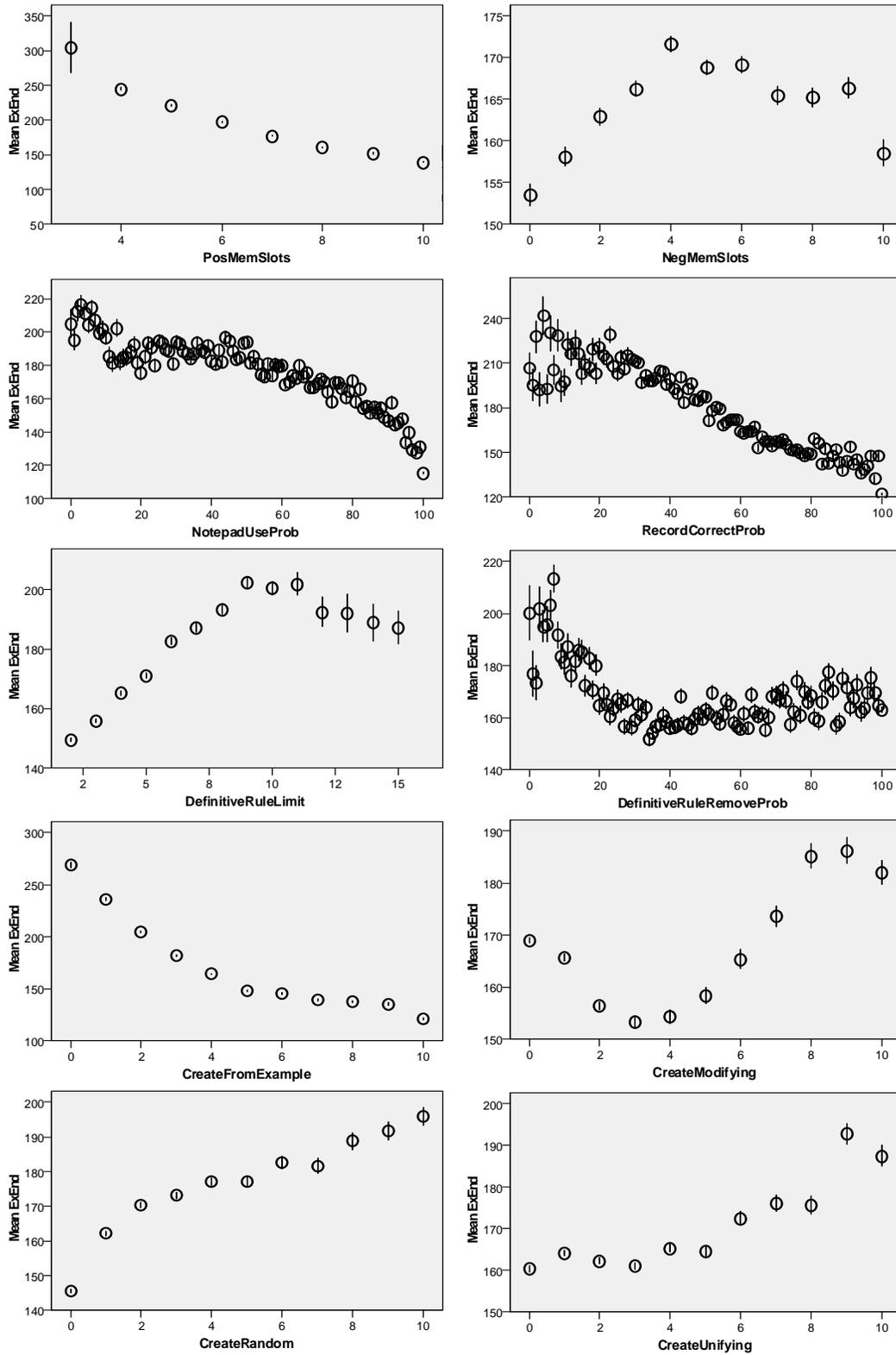
**Figura 1.** Corrispondenza del Modello rispetto alle risposte dei partecipanti. I valori massimi del coefficiente Kappa (a sinistra) e della proporzione di risposte concordi (a destra) in funzione del numero di esemplari originariamente necessari per risolvere il test. Nella maggioranza dei casi indicano un ottimo accordo con le risposte dei partecipanti.

### 3.3.2. Importanza dei Parametri

Tanto nell'analisi della varianza che nelle correlazioni tra i parametri e la facilità di soluzione, tutti i parametri sono risultati significativamente influenti. Andando ad analizzare più in dettaglio i grafici che mostrano la variazione della facilità di soluzione in funzione dei vari parametri (Figura 2), si possono notare alcuni pattern interessanti, rispondenti in gran parte a quanto previsto dalla nostra teoria.

**Memoria.** Per quanto riguarda i parametri di memoria, come ipotizzato, aumentando la quantità di memoria a disposizione e l'uso del blocco note, diminuisce il numero di esemplari necessari a finire il test, ovvero aumenta la facilità di soluzione. Difficilmente spiegabile è invece il pattern esibito dalla quantità di memoria per le regole scartate, che mostra un andamento ad U rovesciata: fino a 4 slot il comportamento del modello peggiora, per poi iniziare a migliorare.

**Scientificità di ragionamento.** Anche i parametri che indicano uno stile più o meno scientifico di ragionamento mostrano che ad uno stile più scientifico (ovvero di creazione di una ipotesi, e successiva ricerca di controprove per un eventuale rigetto - in contrasto con uno stile di ragionamento definibile "superstizioso", che tiene in considerazione maggiormente le conferme) si associa una più facile soluzione del test.



**Figura 2.** Variazione della facilità di soluzione del test (numero di esemplari necessari per risolverlo) in funzione dei valori dei vari parametri del modello.  
 Le barre di errore indicano intervalli di confidenza al 95%.

**Metodi di creazione.** Per quanto riguarda i metodi di creazione delle regole, la maggiore facilità data dal metodo di creazione usando gli esempi correnti era prevedibile ed è in linea con tutte le teorie già esistenti dell'apprendimento di categorie. Il dato nuovo è invece quello del metodo di creazione modificando regole già in memoria, che pur esibendo un pattern ad U, per i primi valori mostra un significativo andamento negativo (rispetto al numero di esemplari necessari a finire, perciò positivo rispetto alla facilità di apprendimento), a dimostrazione della sua utilità e del suo probabile uso. L'ipotesi che formuliamo per spiegare l'andamento ad U è che poiché la quantità di regole effettivamente utili creabili in questo modo è molto limitata, al di sopra di un certo valore il metodo inizia inevitabilmente a creare, in maggior parte, regole errate, ingenerando confusione. Fenomeno che si riscontra palesemente negli altri due metodi di creazione, casuale e di unione, che si rivelano però sempre dannosi per la resa del modello.

### **3.4. Discussione**

Con il modello presentato si è tentato di colmare una lacuna nella teorizzazione dell'Apprendimento di Categorie e dell'apporto che il Ragionamento Analogico vi può fornire. Poco era stato studiato a proposito dell'influenza, sull'apprendimento, delle somiglianze tra diverse categorie, e le ipotesi erano in contrasto con quanto scoperto nel nostro precedente esperimento: poiché infatti categorie simili tra loro sono difficilmente separabili nello spazio delle caratteristiche, viene in genere ipotizzato che sia più difficile apprenderle, mentre invece i nostri dati mostrano che il Ragionamento Analogico entra in gioco proprio in questo caso ed aiuta, proprio tramite lo sfruttamento delle similarità, ad apprendere entrambe le categorie.

Gli approcci teorici fino ad oggi seguiti dagli altri studi in questi campi difficilmente potevano rendere conto di tale fatto, e si è reso necessario ipotizzare e testare un processo che permettesse di spiegare la presenza di ragionamento analogico anche in assenza di concetti chiaramente appresi. La possibilità di modificare, anche a più riprese, delle idee già formulate, ci è perciò sembrata l'ipotesi più plausibile per spiegare in maniera economica e senza necessità di sovrastrutture l'emergenza del ragionamento analogico, sia nel nostro specifico caso, sia generalizzabile agli altri casi, laddove riteniamo che sia comunque preferibile un processo più semplice ed automatico.

Alla stessa maniera, infatti, negli altri casi di ragionamento analogico riteniamo che un processo quale lo "Structure Mapping" (Gentner, 1983, 1988) possa soddisfacentemente spiegare la fase di test di una analogia, una volta ipotizzati i due domini Origine e Destinazione, ma che durante una prima fase di ricerca e costruzione dell'analogia sia poco verosimile la ricerca ed identificazione di strutture relazionali simili, mentre è invece preferibile pensare ad un nucleo centrale, fondato su un predicato chiave del sistema Origine (ad esempio "ruota intorno" per l'atomo) che attiva il nucleo di varie altre idee Destinazione candidate. A partire da questi altri nuclei si può quindi procedere, tramite un processo di modifica e test similare a quello da noi proposto in questo lavoro, alla ricerca di eventuali ramificazioni alle altre relazioni presenti nell'Origine. In questo modo si potrebbe anche rendere conto del diverso focus attentivo a seconda delle situazioni, laddove a seconda dell'aspetto del concetto origine che si vuole sottolineare tramite l'analogia si sceglieranno diversi concetti destinazione, che condividono soprattutto (o esclusivamente) il predicato essenziale all'idea che si vuole mettere in risalto.

Per quanto riguarda l'apprendimento categoriale, è parimenti plausibile che i concetti non vengano identificati subitaneamente in tutte le loro caratteristiche, bensì un'idea parziale iniziale venga successivamente ridefinita ed arricchita, usando un processo simile a quello da noi esposto, fino all'identificazione delle caratteristiche salienti.

## **4. Linee di ricerca future**

Dal nostro primo esperimento e dal modello qui presentato sorgono nuovi interrogativi di ricerca, che verranno investigati con un nuovo test. In particolare l'interesse a questo punto si concentra

sul diverso peso che hanno due aspetti importanti ma opposti: da un lato infatti c'è la separabilità delle categorie, che di sicuro, sia percettivamente che concettualmente, ha una grande importanza, come già ampiamente teorizzato; dall'altro lato invece c'è l'influenza del ragionamento analogico, di nuova scoperta, e che probabilmente viene utilizzato in misura maggiore o minore a seconda della tipologia, ricchezza e complessità dei concetti da apprendere, della complessità del task, oltre che ovviamente dalla diversa predisposizione dei singoli soggetti.

Inoltre a causa delle limitazioni intrinseche nella progettazione di stimoli visivi che non siano ricollegabili a conoscenze pregresse e che definiscano relazioni che necessitino di un processamento cognitivo e non puramente visivo, il nostro primo esperimento si è rivelato estremamente difficile da risolvere, e l'escamotage del blocco note, benché ci abbia permesso un migliore insight sulle strategie di soluzione e sui processi cognitivi in atto, ha certamente oscurato l'effetto delle altre variabili sperimentali, poiché permetteva di annotare vari esemplari per poi confrontarli tutti insieme.

Stiamo pertanto progettando un nuovo esperimento in cui siano incluse anche relazioni causali, di sincronia e sequenzialità di movimenti, così da poter definire categorie più ricche ma anche più facilmente assimilabili, ed un disegno sperimentale che ci permetta di testare in che misura viene preferita la separabilità dei concetti o la loro somiglianza, e se vi è una soglia (inferiore e/o superiore) alla complessità degli stimoli oltre la quale viene spontaneo e preferenziale usare il ragionamento analogico.

## 5. Ringraziamenti

Questo lavoro è stato sostenuto dal Programma FP6 NEST della Commissione Europea (ANALOGY: Humans – the Analogy-Making Species: STREP Contr. No 029088)

## 6. Riferimenti bibliografici

- Ashby F.G., Alfonso-Reese L.A., Turken A.U., Waldron E.M. (1998). A neuropsychological theory of multiple systems in category learning. *Psychol. Rev.* 105, 442–481
- Ashby F.G., Ell S.W., Waldron E.M. (2003). Procedural learning in perceptual categorization. *Memory & Cognition*, 31 (7), 1114-1125
- Ashby F.G., Gott R.E. (1988). Decision rules in the perception and categorization of multidimensional stimuli. *J. Exp. Psychol. Learn. Mem. Cogn.* 14, 33–53
- Bianchi C, Costello F (2008). Analogical Reasoning helps learning of Similar Unknown Concepts: the use of Analogies between Categories in Category Learning. *Proceedings of the 19th Irish Conference on Artificial Intelligence and Cognitive Science*
- Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales, *Educational and Psychological Measurement* 20 (1), 37-46.
- Falkenhainer B., Forbus K.D., Gentner D. (1989). The structure mapping engine: Algorithm and examples. *Artificial Intelligence*, 41 (1), 1-63.
- Gentner D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7, 155-170
- Gentner D. (1988). Metaphor as Structure Mapping – the Relational Shift. *Child Development* 59 (1), 47-59
- Gentner D., Holyoak K.J. (1997), Reasoning and learning by analogy – Introduction, *American Psychologist* 52 (1), 32-34
- Gentner D., Medina J. (1998). Similarity and the development of rules. *Cognition*, 65 (2-3), 263-297
- Gentner D., Namy L.L. (1999). Comparison in the development of categories. *Cognitive Development*, 14 (4), 487-513

- Goswami U. (2001). Analogical reasoning in children. In Gentner D., Holyoak K. J., Kokinov B. N. (Eds.) *The analogical mind: Perspectives from cognitive science*, pp. 437-470. Cambridge, MA: MIT Press.
- Holyoak K. J., Thagard P. (1995). *Mental leaps: Analogy in creative thought*. Cambridge, MA: MIT Press
- Kuehne S., Forbus K., Gentner D., Quinn B. (2000). SEQL: Category learning as progressive abstraction using structure mapping. *Proceedings of CogSci 2000*
- Markman A.B., Gentner D. (1993). Structural Alignment during Similarity Comparisons. *Cognitive Psychology*, 25, 431-467
- Nosofsky R.M. (1986). Attention, similarity, and the identification-categorization relationship. *J. Exp. Psychol. Gen.* 115, 39–61.
- Nosofsky R.M. (1991). Tests of an exemplar model for relating perceptual classification and recognition memory. *J. Exp. Psychol. Hum. Percept. Perform.* 17, 3–27.
- Sloutsky V.M., Fisher A.V. (2004). Induction and categorization in young children: A similarity-based model. *Journal of Experimental Psychology-General*, 133 (2), 166-188
- Smith J.D., Minda J.P. (2002). Distinguishing prototype-based and exemplar-based processes in dot-pattern category learning. *J. Exp. Psychol. Learn. Mem. Cogn.* 28, 800–811.